Subiectul III — Exercițiul 1

Matematica — M2_Stiinte-ale-Naturii

Toate aparițiile acestui exercițiu din toate modelele de examen din categoria de mai sus.

102 exerciții · din 102 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{-4}{x^2+1}, & x\le 0\\ x-4, & x>0\end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este continuă în punctul $x_0=0$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{16-x^2}$.

5p **c)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(-1,-2)$.

2. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\dfrac{f'(x)}{f(x)}=-\dfrac{x}{x+1}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că funcția f este descrescătoare pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{e^{2x}\cdot f^2(x)}{x}$.

3. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)\cdot\ln x}{x^2-x-1}$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

4. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}-\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}=0$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este crescătoare pe intervalul $(4,+\infty)$.
5p	**c)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

5. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\dfrac{3}{2}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este concavă pe $(0,+\infty)$.

6. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}$.
5p	**c)** Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

7. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.
5p	**a)** Calculați $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că $x\geq\ln x+1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

8. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Verificaţi dacă $f(x)+f''(x)=2\left(f'(x)+e^x\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**c)** Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei f.

9. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(x+1)-\ln x$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătaţi că funcţia f este descrescătoare.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)$.

10. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$.
5p	**a)** Calculați $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

11. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-\infty,2)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{x-2}$.
5p	**a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
5p	**b)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(1-x)e^{-x}}{(x-2)^2}$, $x\in(-\infty,2)$.
5p	**c)** Arătaţi că $f(x)\le -\dfrac{1}{e}$ pentru orice $x\in(-\infty,2)$.

12. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^2+3}$.
5p	**a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
5p	**b)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{12x}{\left(x^2+3\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**c)** Arătaţi că funcția f este convexă pe intervalul $(-1,1)$.

13. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x-x+1$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to e} f(x)=1$.
5p	**b)** Arătați că $f'(x)=\ln x$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**c)** Arătați că $f(x)\geq 0$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

14. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+\ln x}{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

15. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x-e^x+1$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

16. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-\ln x+x$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=e$.

5p **b)** Determinaţi ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

17. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-8x^2+16$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=4x(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-x^4}{x^2+1}$.

5p **c)** Determinaţi coordonatele punctelor situate pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox.

18. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-1$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=0$.
5p	**b)** Arătați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-\infty,0]$.
5p	**c)** Demonstrați că $e^x\geq x+1$, pentru orice număr real x.

19. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)e^x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f'(x)\geq -1$, pentru orice număr real x.

20. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x-2$.

5p **a)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f, pentru care $F(1)=0$.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1 xf(x)dx$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x, ştiind că $\int_1^x f(t)dt=0$.

21. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2x-11}{x-3}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$, $x\in(3,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(\pi)>13$.

22. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(e)<\dfrac{7}{2}$.

23. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{3\left(x^3-1\right)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

24. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{3(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

25. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=x(2\ln x+1)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $1+2ef(x)\geq 0$, pentru orice număr real x, $x\in(0,+\infty)$.

26. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{e^x+1}=0$.

27. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{2}{x}+\ln x\geq 1+\ln 2$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

28. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+2017}{e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{-(x+2016)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $[-2015,+\infty)$.

29. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $e^{x-2}-x+1\geq 0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

30. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $(x-3)^2\le 4e^{1-x}$, pentru orice $x\in(-\infty,3]$.

31. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x+1$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=xe^x$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $\sqrt[n]{e}\leq\dfrac{n}{n-1}$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$.

32. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+3}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(x+3)}{\left(x^2+3\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f\left(\sqrt{2}\right)>f\left(\sqrt[3]{3}\right)$.

33. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\le 1-\frac{1}{\sqrt{x}}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

34. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 f(x)dx=12$.

5p **b)** Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Demonstrați că există un unic număr real x pentru care $\int_0^x e^{f(t)}dt=x$.

35. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5\ln x-x^2-3x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(2x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este concavă pe $(0,+\infty)$.
5p	**c)** Demonstrați că $5\ln x\le x^2+3x-4$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

36. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+6x+9}{e^x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{-(x+1)(x+3)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că $0\le(x+3)(y+3)\le 4e^{\frac{x+y+2}{2}}$, pentru orice $x,y\in[-3,+\infty)$.

37. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x^e$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x-e}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Demonstraţi că ecuația $e^x=x^e$ are exact o soluție în $(0,+\infty)$.

38. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-2x+2\ln(x+1)$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{-2x}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstraţi că $\ln(1+\cos x)\le\cos x$, pentru orice $x\in(0,\pi)$.

39. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-10$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(0)=0$.
5p	**b)** Demonstrați că oricare două tangente la graficul funcției f sunt concurente.
5p	**c)** Demonstrați că $e^{x^3}\geq(x+1)\left(x^2-x+1\right)$, pentru orice număr real x.

40. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x^2+2x+2}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{2x^2+3x+2}{\sqrt{x^2+2x+2}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real a, ecuația $f(x)=a$ are cel puțin o soluție.

41. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+5}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(5-x)(x+1)}{\left(x^2+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că $-\dfrac{1}{2}\le f(x)\le\dfrac{1}{10}$, pentru orice număr real x.

42. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-e\ln x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x-e}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Demonstrați că graficul funcției f **nu** admite în niciun punct o tangentă paralelă cu dreapta de ecuație $y=x$.

5p **c)** Demonstraţi că ecuația $e^x-x^e=0$ are exact o soluție în $(0,+\infty)$.

43. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+2)^2e^{-x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=-x(x+2)e^{-x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că $0\le\dfrac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}}\le 4$, pentru orice $x,y\in[-2,+\infty)$.

44. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\dfrac{2(x-1)}{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x-2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-x$.
5p	**c)** Demonstrați că $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)<0$.

45. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-5$.
5p	**a)** Determinați panta tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.
5p	**c)** Demonstrați că $e^x(1-x)\leq 1$, pentru orice număr real x.

46. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}5x-3, & x\in(-\infty,1)\\ x^2-x+\sqrt{x^2+3}, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătaţi că funcția f este continuă pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătaţi că, pentru orice număr real a, $a>1$, tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ **nu** este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Demonstraţi că funcția f este convexă pe $(1,+\infty)$.

47. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x-1}$.

48. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2^x+3^x-4, & x\in(-\infty,1)\\ \dfrac{x^2-x+1}{x^2}, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$.
5p	**a)** Arătaţi că funcția f este continuă pe $\mathbb{R}$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este crescătoare pe $(-\infty,1)$.
5p	**c)** Demonstraţi că $f(x)\leq 1$, pentru orice număr real x.

49. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-2+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+4}$.
5p	**a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x f(x)\right)=2$.
5p	**b)** Demonstrați că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(-2,+\infty)$.
5p	**c)** Determinați $x\in[-1,+\infty)$ pentru care $f(x)\in\mathbb{Z}$.

50. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\sqrt{x}-1$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\left(1,-\frac{1}{3}\right)$.

5p **c)** Demonstrați că $x\left(2\sqrt{x}-3\right)\geq -1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

51. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+x}{e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{1-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că tangenta la graficul funcției f în punctul $A(1,f(1))$ este paralelă cu asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Arătaţi că $g'(x)+g(x)=\dfrac{1}{e^x}$, pentru orice număr real x, unde $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f''(x)$.

52. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real nenul a, tangentele la graficul funcţiei f în punctele $A(a,f(a))$ și $B(-a,f(-a))$ sunt paralele.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-f(-x)}{\ln x}$.

53. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^4\big(f(x)-f(-x)\big)dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>4$, astfel încât $\displaystyle\int_4^a\frac{f(x)}{x}dx=10+\ln\frac{a+\sqrt{a^2+9}}{9}$.

54. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

---

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}-x-2$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}-1$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că axa Ox este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că imaginea funcției f este intervalul $(0,+\infty)$.

55. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-(x+1)\ln(x+1)$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=1-\ln(x+1)$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie ale funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că funcţia f este concavă.

56. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{2x}(x-5)$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=e^{2x}(2x-9)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **c)** Arătaţi că $e^{2x}\leq\dfrac{e^9}{2(5-x)}$, pentru orice $x\in(-\infty,5)$.

57. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\sqrt{x+1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{2\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $\ln x\geq\sqrt{\ln x+1}+1-\sqrt{2}$, pentru orice $x\in[e,+\infty)$.

58. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x^2\left(x^2+3\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Se consideră dreapta d, asimptota spre $+\infty$ la graficul lui f. Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f, în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta d.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\left[0,\sqrt{3}\right]$.

59. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln\left(2^x+1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=1-\dfrac{2^x\ln 2}{2^x+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este crescătoare.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcției f.

60. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^n-n\ln x+1$, unde n este număr natural nenul.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{n\left(x^n-1\right)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-x^n}{x}=0$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care ecuația $f(x)=a$ are soluție în intervalul $(0,1]$.

61. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln(x+1)$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că funcția f este convexă.

5p **c)** Se consideră funcția $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=(x+1)^x$. Demonstrați că, dacă $x_1,x_2\in(-1,0]$ astfel încât $x_1\le x_2$, atunci $g(x_1)\ge g(x_2)$.

62. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2\sqrt{x^2-1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=2x\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-f(x)}{x}$.

5p **c)** Demonstraţi că axa Ox este tangentă la graficul funcţiei f.

63. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+2x+2}-x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}-1$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\sqrt{\left(x^2+1\right)^2+2\left(x^2+1\right)+2}-\sqrt{4x^2+4x+2}\le(x-1)^2$, pentru orice număr real x.

64. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{1-x^2}{2\left(x^2+1\right)\sqrt{\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+1\right)}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că $\sqrt{2}\le\sqrt{\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}}+\sqrt{\dfrac{x^2-x+1}{x^2+1}}\le\sqrt{6}$, pentru orice număr real x.

65. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\sin x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sin x}dx = e(e-1)$.

5p **b)** Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{f\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{f(x)}dx = -\frac{\ln 2}{\sqrt{e^{\pi}}}$.

66. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2xe^x-2x+1}{x}$.

5p **a)** Arătați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\ln x+2e^x-2x+2021$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_1^e f(x)\,dx=2e^e-4e+3$.

5p **c)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 x\,f(x)\,dx$.

67. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x+2}{\left(x^2+2x+2\right)\sqrt{x^2+2x+2}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați imaginea funcției f.

68. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

---

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x-1+\sqrt{x^2-x+1}, & x\in(-\infty,0) \\ x\ln(x+1), & x\in[0,+\infty) \end{cases}$.

5p **a)** Arătaţi că funcția f este continuă pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Arătați că, pentru orice număr real a, $a<0$, tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ **nu** este paralelă cu axa Ox.

69. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+2x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^5 x(x+2)f(x)\,dx=16$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este concavă.

70. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1}{e^{2x}}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{3x}f(x)}{2x+1}\,dx=e-1$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x(x+2)}f\left(\frac{1}{x}\right)dx=\frac{e-1}{2e^2}$.

71. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)\ln x$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=1+\frac{1}{x}+\ln x$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A(1,0)$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $[1,+\infty)$.

72. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

1. Se consideră funcția $f:(-1,1)\cup(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x-1)^2(x+1)^2}$, $x\in(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul intersectează axa Oy.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{f(x+1)}$.

73. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $e^x\left(f(x)+f'(x)\right)=1$, pentru orice număr real x.
5p	**b)** Determinaţi ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că dreapta de ecuație $y=x$ este tangentă la graficul funcţiei f.

74. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x+a(x+1)$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\ln x+1+a$, $x\in(0,+\infty)$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a=1$, determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real a, funcția f este convexă.

75. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{x-1}{x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2}{x^2-1}$, $x\in(1,+\infty)$.
5p	**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f **nu** este surjectivă.

76. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{e^x(x-1)^2}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătaţi că graficul funcției f nu admite asimptotă spre $+\infty$.
5p	**c)** Demonstrați că $f\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)<f\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

77. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{3(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $x^3\geq 3\ln x+1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

78. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x-\frac{1}{2}\ln(x+2)$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{(2x+3)(2x+5)}{2(x+2)}$, $x\in(-2,+\infty)$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+4x-f(x)}{x}$.
5p	**c)** Demonstraţi că $x^2+4x+\frac{15}{4}\geq\frac{1}{2}\ln(2x+4)$, pentru orice $x\in(-2,+\infty)$.

79. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{2\ln x}{x^3}$ și funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, o primitivă a lui f.

5p **a)** Arătați că $\int_1^e x^2\left(f(x)+\frac{2\ln x}{x^3}\right)dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^{\sqrt{5}} x\cdot f\left(x^2+3\right)dx=-\frac{5\ln 2}{128}$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\int_e^{e^2} x\cdot F(x)\,dx=\frac{a^2-1}{2}$.

80. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+2x}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 e^x f(x)\,dx=e$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_{-1}^0 f(x)\,dx=-1$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\displaystyle\int_0^1 F(x)f''(x)\,dx=\frac{a(e+1)}{e^2}$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f cu proprietatea $F(0)=0$.

81. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-1}+\ln(x-1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\dfrac{x^2+1}{x-1}+\ln(x-1)\geq 5$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

82. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+x+3-5\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(4x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)+5\ln x}{3-x-x^2}=-2$.
5p	**c)** Demonstrați că $2x^2+x\geq 3+5\ln x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

83. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+1+\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4x^2+1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-\ln x}{x^2+x+4}=2$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este bijectivă.

84. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\dfrac{\sqrt{x+1}}{e^x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=1-\dfrac{2x+1}{2e^x\sqrt{x+1}}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)-x\leq\sqrt{\dfrac{e}{2}}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

85. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1+\ln x}{x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=-\dfrac{\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $\dfrac{\ln y}{y}-\dfrac{\ln x}{x}<\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$, pentru orice $x,y\in(1,+\infty)$ cu $x<y$.

86. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2+2x-2\right)$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2+4x\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{f'(x)}=1$.
5p	**c)** Demonstrați că $e^{x+4}\left(x^2+2x-2\right)\leq 6$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

87. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

---

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3x^2}{x^2+x-2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{3x(x-4)}{\left(x^2+x-2\right)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)+f\left(x^2\right)\geq\dfrac{17}{3}$, pentru orice $x\in(1,2]$.

88. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5+\dfrac{4x-4}{x^2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4(2-x)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $\lvert f(x)-f(y)\rvert\leq 1$, pentru orice $x, y\in[1,+\infty)$.

89. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-2}{x}-3\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)+3\ln x}{x+1}=1$.
5p	**c)** Demonstrați că $\dfrac{x^2+x-2}{x}\le 3\ln x$, pentru orice $x\in(0,2]$.

90. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^3+2x^2\right)e^x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=x\left(x^2+5x+4\right)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $-\frac{32}{e^{x+4}}\le x^2(x+2)\le\frac{1}{e^{x+1}}$, pentru orice $x\in[-4,0]$.

91. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3-x}{x^2}+\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)=0$.
5p	**c)** Arătați că $4f(x)-1\geq\ln 16$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

92. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x-2\ln(x+1)$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2x^2+x-3}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că $x^2-x\geq 2\ln\dfrac{x+1}{2}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

93. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+x+4}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2\left(4-x^2\right)}{\left(x^2+x+4\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că $f(x)-f(4-x)\leq 1$, pentru orice $x\in[4,+\infty)$.

94. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2-5\right)\sqrt{x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{5(x-1)(x+1)}{2\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{x\sqrt{x}}=\dfrac{5}{2}$.
5p	**c)** Arătați că $f(x+2)-f(x)\leq 26$, pentru orice $x\in(0,2]$.

95. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-8}{e^x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x+2)(4-x)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-4e^2\le f(x)\le e^3$, pentru orice $x\in[-3,4]$.

96. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-8}{e^x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x+2)(4-x)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-4e^2\le f(x)\le e^3$, pentru orice $x\in[-3,4]$.

97. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}}{x^2+x+2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{-3x^2-x+2}{\left(x^2+x+2\right)^2\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați $a\in(0,+\infty)$ pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este paralelă cu axa Ox.

98. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2+x-1\right)$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2+3x\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+f(x)}{f'(x)}=\dfrac{1}{3}$.
5p	**c)** Demonstrați că $e^{x+3}\left(x^2+x-1\right)\le 5$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

99. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+3x+1}{x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este concavă.

100. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)\sqrt{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{2x\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}\cdot f'(x)}{5x-5}=\dfrac{1}{2}$.
5p	**c)** Determinați imaginea funcției f.

101. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+8x-2}{x^2+2}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{8(x+1)(2-x)}{\left(x^2+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-2\le f(x)-f(y)\le 2$, pentru orice $x,y\in[-4,0]$.

102. Matematica — Subiectul III, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(2x^2-3x\right)$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=e^x(2x+3)(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-x}{f(x)+x}=2$.
5p	**c)** Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=a$, situat pe graficul funcției f, are panta egală cu 0.